



数 学

(120 分)

注 意 事 項

1. 解答開始の合図があるまで、この問題冊子および解答冊子の中を見てはいけません。また、解答開始の合図があるまで、筆記用具を使用してはいけません。
2. 問題は4問で、8ページあります。
3. 問題冊子の余白は、下書きに使用することができます。
4. 解答開始後、解答冊子の表紙所定欄に受験番号、氏名をはっきり記入しなさい。表紙にはこれら以外のことを書いてはいけません。
5. 解答は、すべて解答冊子の指定されたページに書きなさい。解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがあります。
6. 解答冊子は、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。解答冊子を持ち帰ってはいけません。

1 (1)(ア) $\sin \frac{\pi}{12}$ と $\cos \frac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

(イ) 方程式 $z^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$ の解を求めよ。ただし、 i は虚数単位とする。

(2) 不定積分 $\int \frac{e^{-x}}{e^{-2x} + 5e^{-x} + 6} dx$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

2 3個のさいころ A, B, Cを投げて, さいころ A, Bの出た目をそれぞれ a, b とする。さいころ Cの出た目が偶数のときは $c=0$, 奇数のときは $c=1$ とする。 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ とする。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が -1 を解にもつ確率 P_1 を求めよ。

(2) 関数 $f(x)$ が極値をもつ確率 P_2 を求めよ。

(3) 方程式 $f(x) = 0$ が2重解 $x=0$ をもち, かつ曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S が $S \leq \frac{b^2}{3a}$ となる確率 P_3 を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

3 次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 1, \frac{a_{n+1}}{n+1} = \frac{a_n}{n+2} + 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = (n+1)a_n$ により定める。 b_{n+1} を b_n と n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k+1}{a_k^2}$ を求めよ。

数学の試験問題は次に続く。

4 a を実数とする。曲線 $C: y = \sqrt{3x-1}$ と直線 $l: y = 3ax + a$ が接するとする。
 C と l および x 軸で囲まれた部分を A とする。

(1) a の値を求めよ。

(2) A の面積 S を求めよ。

(3) A を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

数学の試験問題はこれで終わりである。